

Mathématiques — DNB Polynésie 09 / 2024 – Corrigé

Exercice 1 (21 points)

On a décomposé ci-dessous cinq nombres en produits de facteurs premiers. Parmi ces nombres, lesquels sont divisibles par 21 ?

Nombre 1 : $2^2 \times 11 \times 23$; Nombre 2 : $2^4 \times 3^4 \times 11$; Nombre 3 : $7^3 \times 13 \times 17$; Nombre 4 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$; Nombre 5 : $2^3 \times 3^2 \times 7$.

Nombres divisibles par 21 : Nombre 4 et Nombre 5 (car ils contiennent 3×7).

2) Donner, sans justification, l'écriture scientifique du nombre 0,000 002 76.

$$2,76 \times 10^{-6}.$$

3) La comète Hale-Bopp a atteint la vitesse de 2 640 km/min. Quelle est sa vitesse en m/s ?

$$2\,640 \times 1\,000 / 60 = 44\,000 \text{ m/s}.$$

4) Quelles sont les solutions de l'équation $(2x - 7)(3x + 1) = 0$?

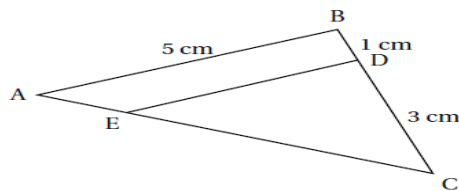
$$2x - 7 = 0 \implies x = 7/2 = 3,5.$$

$$3x + 1 = 0 \implies x = -1/3.$$

5) On considère la fonction f définie par $f(x) = 5x^2 + 2$. Quelle est l'image de -3 par la fonction f ?

$$f(-3) = 5 \times (-3)^2 + 2 = 47.$$

6) Sur la figure ci-contre (qui n'est pas à l'échelle) : A, E et C sont alignés ; B, D et C sont alignés ; $(AB) \parallel (ED)$; $AB = 5 \text{ cm}$, $BD = 1 \text{ cm}$, $CD = 3 \text{ cm}$. Calculer DE.



Relation de Thalès : $DE / AB = DC / BC$; $DE = DC \times AB / BC = 3 \times 5 / 4 = 3,75 \text{ cm}$.

Exercice 2 (20 points)

On a relevé dans une feuille de calcul les températures maximales $T_{\max}$ (en $^{\circ}\text{C}$) atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2018 (source : meteociel.fr).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
2	$T_{\max}$	29	23,1	22,6	17,4	23,4	25,7	25,2	26	24
3										
4	Moyenne									
5	Médiane	24								
6	Étendue	11,6								

1) On a oublié de calculer la moyenne de cette série. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B4 pour que ce calcul soit effectué ?

=MOYENNE(B2:J2)

2) Donner, sans détailler les calculs, une valeur approchée au degré Celsius près de la moyenne de la série.

24 °C.

3) Donner une interprétation de la médiane de cette série.

La médiane est un nombre tel qu'il y ait autant de valeurs inférieures ou égales à ce nombre que de valeurs supérieures ou égales à ce nombre.

4) Pour cette question seulement, on considère la série des températures maximales atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2019. On sait que l'étendue des températures de cette nouvelle série est égale à 18,5 °C. Déterminer la température maximale atteinte à Strasbourg le 25 juin 2019.

Température la plus haute – température la plus basse = 18,5.

Température la plus haute – 17,4 = 18,5 $\implies$ Température la plus haute = 17,4 + 18,5 = 35,9 °C.

Les questions suivantes portent sur la série des températures maximales atteintes à Strasbourg le 25 juin de chaque année de 2010 à 2018.

5) On crée 9 fiches, une par année, sur lesquelles figure la température maximale atteinte le 25 juin de l'année. On prend une fiche au hasard. Chacune des fiches a la même probabilité d'être tirée.

a) Quelle est la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit égale à 26 °C ?

Une seule fiche sur 9 : 1/9.

b) Quelle est la probabilité que la température écrite sur cette fiche soit inférieure ou égale à 24 °C ?

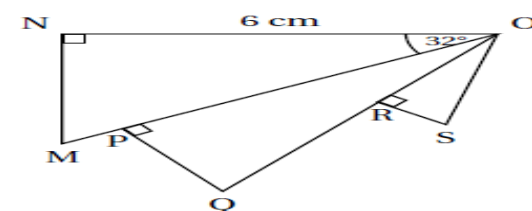
5 fiches sur 9 : 5/9.

c) A-t-on raison de dire que l'on a plus de 40 % de chance de prendre une fiche sur laquelle la température est supérieure à 25 °C ?

4 fiches sur 9 : $4/9 \approx 0,44$ (44 %). On a raison.

Exercice 3 (17 points)

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle : • le triangle ONM est rectangle en N ; • le triangle OPQ est rectangle en P ; • le triangle ORS est rectangle en R ; • ON = 6 cm et $\angle MON = 32^\circ$; • P est un point du segment [OM] et R est un point du segment [OQ].



1) Calculer la longueur MN. On donnera une valeur approchée au millimètre près.

$$\tan 32^\circ = MN / ON \implies MN = 6 \times \tan 32^\circ = 3,749 \text{ cm} \approx 37 \text{ mm}.$$

2) On donne $PQ = 2,5 \text{ cm}$ et $OQ = 6,5 \text{ cm}$. Montrer que $OP = 6 \text{ cm}$.

$$\text{Dans le triangle } OPQ \text{ rectangle en } P : OQ^2 = OP^2 + PQ^2 \implies OP^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 36 \implies OP = 6 \text{ cm}.$$

3) Montrer que les triangles ONM et OPQ ne sont pas des triangles égaux.

$MN \approx 3,7 \text{ cm}$ et $PQ = 2,5 \text{ cm}$: les triangles ONM et OPQ ne sont pas égaux.

4) Sachant que le triangle OPQ est un agrandissement du triangle ORS et que $OS = 3,25 \text{ cm}$, calculer l'aire du triangle ORS.

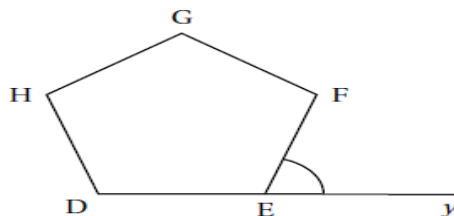
$$\text{Aire}(OPQ) = OP \times PQ / 2 = 6 \times 2,5 / 2 = 7,5 \text{ cm}^2.$$

$$OS / OQ = 3,25 / 6,5 = 0,5 \implies \text{les longueurs sont divisées par 2 ; l'aire est divisée par 4}.$$

$$\text{Aire}(ORS) = 7,5 / 4 = 1,875 \text{ cm}^2.$$

Exercice 4 (19 points)

1) Sur la figure ci-dessous, DEFGH est un pentagone régulier et le point E appartient à la demi-droite [Dy). On admet que tous les angles du pentagone régulier mesurent 108° . Justifier que l'angle FEy mesure 72° .



$$\text{Angle DEF (pentagone)} + \text{angle FEy} = 180^\circ \text{ (angles supplémentaires)}.$$

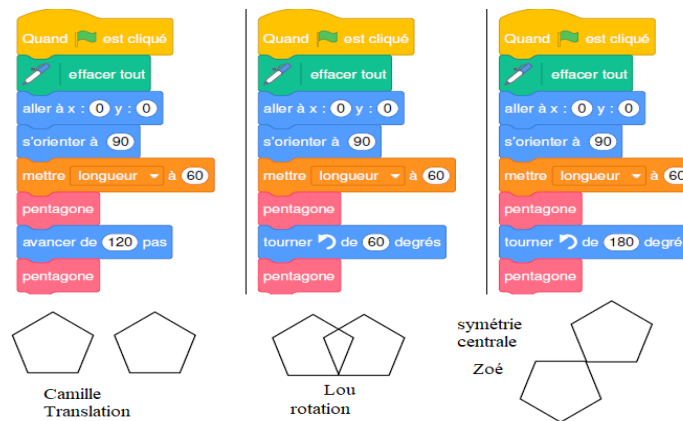
$$\text{Angle FEy} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ.$$

2) Dans la suite de cet exercice, aucune justification n'est attendue.

a) Compléter le bloc « pentagone » pour obtenir un pentagone régulier. La variable « longueur » permet de modifier la longueur des côtés du pentagone.



b) Camille, Lou et Zoé ont chacun codé un programme qui trace un pentagone et son image par l'une des transformations suivantes : translation, symétrie centrale, rotation. On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite. Associer le prénom de l'élève au numéro de sa copie d'écran ainsi qu'au nom de la transformation qu'il a choisie.



c) Sofia souhaite illustrer à l'aide d'un programme l'effet d'une homothétie sur un pentagone. L'ordre d'apparition dans le programme de deux instructions est précisé. Compléter ce tableau en indiquant l'ordre d'apparition de chacune des instructions dans le programme de Sofia.

Instruction	Ordre d'apparition de l'instruction dans le programme de Sofia
	2 ^e
	3 ^e
	6 ^e
	1 ^{re}
	5 ^e
	4 ^e
	8 ^e
	7 ^e

Exercice 5 (23 points)

La piscine du camping « le Rocher » dispose d'un bassin circulaire de forme cylindrique de rayon 3,60 m et de hauteur 1,50 m. En fin de saison, on utilise une pompe dont le débit est de $14,1 \text{ m}^3/\text{h}$ pour vider l'eau de la piscine.

1) Montrer que le volume du bassin, arrondi au dixième de m^3 , est $61,1 \text{ m}^3$.

$$\text{Volume du cylindre} = \pi R^2 h = 3,14 \times 3,60^2 \times 1,50 = 61,07 \approx 61,1 \text{ m}^3.$$

2) Le bassin est plein. On met en route la pompe. Au bout de 2 heures, quel volume d'eau (en m^3) reste-t-il à vider ?

$$\text{Volume pompé} : 14,1 \times 2 = 28,2 \text{ m}^3.$$

$$\text{Volume restant} : 61,1 - 28,2 = 32,9 \text{ m}^3.$$

On considère la fonction $V(t) = 61,1 - 0,235t$.

3) a) Montrer que l'expression $V(t)$ permet de déterminer le volume d'eau (en m^3) qu'il reste à vider dans le bassin en fonction de la durée t , exprimée en minute, d'utilisation de la pompe.

$$\text{Débit} : 14,1 / 60 = 0,235 \text{ m}^3/\text{min}.$$

Donc volume restant (m^3) = $61,1 - 0,235t$ avec t en minutes.

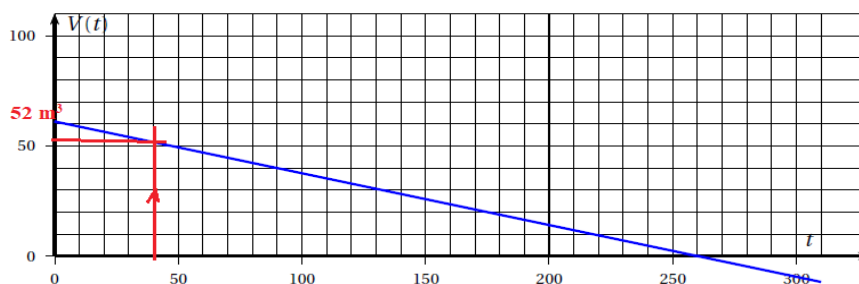
b) Calculer le temps nécessaire pour que le volume d'eau restant à vider soit égal à 30 m^3 .

$$30 = 61,1 - 0,235t \Rightarrow 0,235t = 31,1 \Rightarrow t = 31,1 / 0,235 \approx 132 \text{ min}.$$

4) On a tracé ci-dessous une partie de la représentation graphique de la fonction V . Répondre aux questions suivantes par une lecture graphique.

a) Déterminer l'antécédent de 40 par la fonction V . Interpréter le résultat.

Au bout de 40 min de pompage, il reste 52 m^3 d'eau dans la piscine.



b) Déterminer le temps nécessaire pour que la pompe vide complètement le bassin.

Environ 256 minutes.