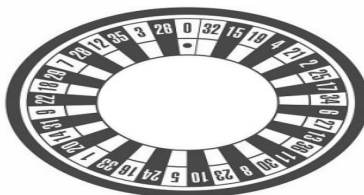


Mathématiques – DNB Métropole 2024 — Corrigé

Exercice 1 — 20 points

Au casino, la roulette est un jeu de hasard pour lequel chaque joueur mise au choix sur un ou plusieurs numéros. On lance une bille sur une roue qui tourne, numérotée de 0 à 36. La bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro.



1. Expliquer pourquoi la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $1/37$.

Un seul cas favorable (arrêt sur le 7) ; 37 cas possibles. Donc $P(7) = 1/37$.

2. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire.

10 cases sont noires et paires : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28. Donc $P(\text{noire et paire}) = 10/37$.

3.a. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6.

7 cases : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. Donc $P(\leq 6) = 7/37$.

3.b. En déduire la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7.

$P(\geq 7) = 1 - 7/37 = (37-7)/37 = 30/37 \approx 0,81$.

3.c. Un joueur affirme qu'on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. A-t-il raison ?

$3/4 = 0,75$; or $0,81 > 0,75$, donc il a raison.

Exercice 2 — 20 points

Programme A	Programme B
- Choisir un nombre. - Prendre le carré du nombre choisi. - Multiplier le résultat par 2. - Ajouter le double du nombre de départ. - Soustraire 4 au résultat.	<pre> 1 Quand [drapeau] est cliqué 2 demander "Choisir un nombre" et attendre 3 mettre "Nombre choisi" à réponse 4 mettre "Résultat 1" à "Nombre choisi" + 2 5 mettre "Résultat 2" à "Nombre choisi" - 1 6 Dire "regrouper Le résultat est et "Résultat 1" * "Résultat 2" </pre>

1.a. Vérifier que, si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.

$$5^2 \times 2 + 2 \times 5 - 4 = 56.$$

1.b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit -9 comme nombre de départ ?

$$-9 + 2 = -7 ; -9 - 1 = -10 ; (-7) \times (-10) = 70.$$

2. On choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ.

2.a. Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B.

L'expression correcte est $(x + 2) \times (x - 1)$.

2.b. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme A.

$$2x^2 + 2x - 4.$$

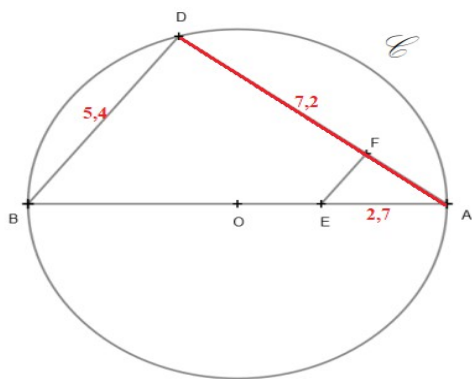
3. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

$$\text{Programme B : } (x+2)(x-1) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2.$$

$$\text{Programme A : } 2(x^2 + x - 2). \text{ Donc } A = 2 \times B.$$

Exercice 3 — 22 points

Sur la figure ci-dessous, on a : C est un cercle de centre O et de rayon $4,5$ cm ; $[AB]$ est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ; les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ; les droites (BD) et (EF) sont parallèles ; $BD = 5,4$ cm ; $DA = 7,2$ cm et $AE = 2,7$ cm.



1. Justifier que le diamètre $[AB]$ mesure 9 cm.

AB est le diamètre du cercle de rayon $4,5$ cm, donc $AB = 2 \times 4,5 = 9$ cm.

2. Démontrer que le triangle ABD est rectangle en D .

$AB^2 = 81$; $BD^2 + AD^2 = 5,4^2 + 7,2^2 = 81$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABD est rectangle en D .

3. Calculer AF.

Dans les triangles ABD et AEF, $(BD) \parallel (EF)$. D'après Thalès : $BD/EF = AD/AF = AB/AE = 9/2,7$.

$$AF = 2,7 \times AD/9 = 2,7 \times 7,2/9 = 2,16 \text{ cm.}$$

4.a. Justifier que l'aire du triangle ABD est égale à 19,44 cm².

$$\text{Aire} = AD \times BD/2 = 5,4 \times 7,2/2 = 19,44 \text{ cm}^2.$$

4.b. Calculer l'aire du disque, arrondie au centième.

$$\pi R^2 = 3,14 \times 4,5^2 \approx 63,62 \text{ cm}^2.$$

5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ?

$$19,44/63,62 \times 100 \approx 30,56 \text{ \%}.$$

Exercice 4 — QCM — 18 points

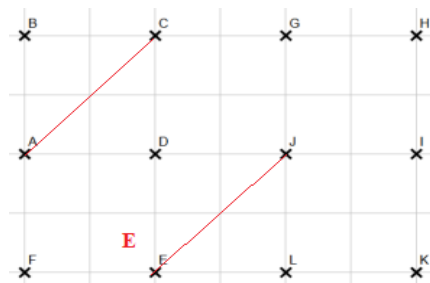
1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$. Quelle est l'image de -4 par cette fonction ?

$$f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -14. \text{ Réponse A.}$$

2. Combien vaut $(-5)^3$?

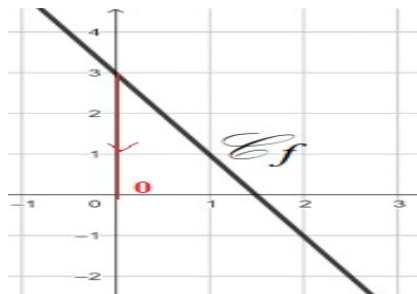
$$(-5) \times (-5) \times (-5) = -125. \text{ Réponse A.}$$

3. Quelle est l'image du point J par la translation qui transforme C en A ?



Réponse B.

4. Quel est l'antécédent de 3 par la fonction f ?

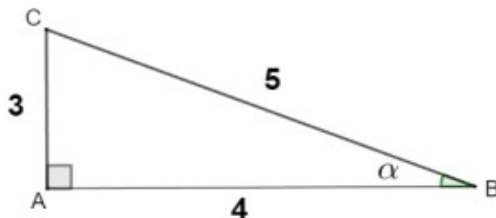


Réponse C.

5. On a mesuré les tailles (en m) de sept élèves : 1,46 ; 1,65 ; 1,6 ; 1,72 ; 1,7 ; 1,67 ; 1,75. Quelle est la médiane ?

En ordonnant : 1,46 ; 1,6 ; 1,65 ; 1,67 ; 1,7 ; 1,72 ; 1,75. Médiane = 1,67. Réponse B.

6. Dans le triangle ABC rectangle en A (non en vraie grandeur), quelle est la valeur de $\cos \alpha$?



$\cos \alpha = AB/BC = 4/5 = 0,8$. Réponse A.

Exercice 5 — 20 points

Un club de natation propose un après-midi découverte pour les enfants.

PARTIE A

La présidente du club veut offrir des petits sachets cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et exactement le même nombre de drapeaux.

1. Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets ?

$132/15 = 8,8$: 15 n'est pas un diviseur de 132.

2.a. Décomposer 330 et 132 en produits de facteurs premiers.

$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$; $132 = 2^2 \times 3 \times 11$.

2.b. En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.

$\text{PPCM}(330 ; 132) = 2 \times 3 \times 11 = 66$.

2.c. Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet ?

$330/66 = 5$ autocollants et $132/66 = 2$ drapeaux.

PARTIE B

La piscine a la forme d'un pavé droit (largeur 15 m, longueur 25 m, hauteur 2 m). Elle est remplie aux 9/10 du volume. 1 m³ d'eau coûte 4,14 €. Combien coûte le remplissage de la piscine ?

Volume d'eau : $15 \times 25 \times 2 \times 0,9 = 675$ m³.

Coût : $675 \times 4,14 = 2\,794,5$ €.