

Mathématiques — DNB Polynésie 2023 – corrigé

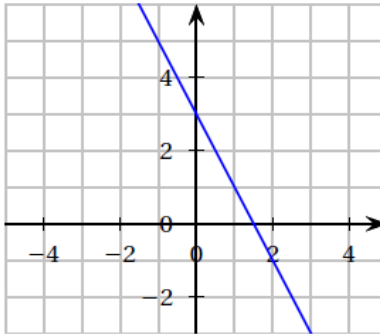
Exercice 1 — QCM (16 points)

Question 1 : soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.

Quelle est la représentation de la fonction f ?

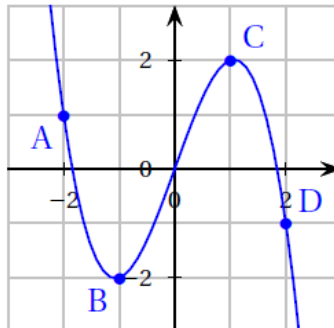
Droite décroissante de coefficient directeur -2 passant par les points de coordonnées $(0 ; 3)$ et $(1 ; 1)$.

Réponse B



Question 2 : On considère la fonction dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

D'après le graphique, quelle est l'image de 1 par cette fonction ?



L'image de 1 est 2. Réponse A.

Question 3 : On donne ci-dessous un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x + 1$ réalisé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	h(x)	4	3	2	1	0	-1

Quelle formule a-t-on saisie dans la case B2 avant de l'étirer vers la droite ?

= -B1 + 1. Réponse C.

Question 4 : Quelle est la forme développée de l'expression $(3x - 7)^2$?

$9x^2 - 42x + 49$. Réponse B.

Exercice 2 (16 points) — Panneaux photovoltaïques

Olivia a décidé d'installer sur le sol, plat de son jardin, quatre panneaux photovoltaïques pour produire une partie de l'électricité qu'elle consomme.

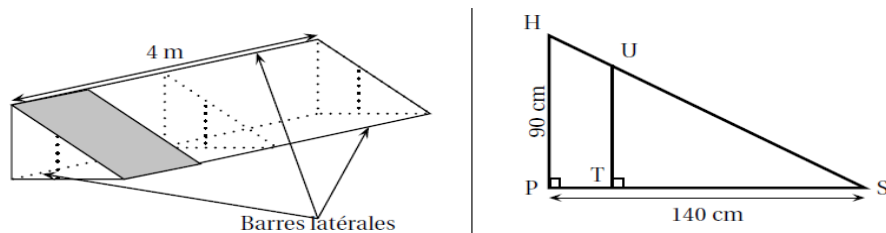
Un panneau photovoltaïque est un dispositif permettant de générer de l'électricité à partir de l'énergie lumineuse.

Caractéristiques d'un panneau : longueur 1700 mm ; largeur 1000 mm ; épaisseur 40 mm.

Fonctionnement optimal : inclinaison par rapport à l'horizontale comprise entre 30° et 35° ; orientation : Sud.

Pour incliner ses panneaux et obtenir un fonctionnement optimal, Olivia choisit de fabriquer elle-même un support.

Plan général du support (un panneau est représenté) :



1. a) Vérifier que la distance HS arrondie au millimètre est égale à 166,4 cm.

Relation de Pythagore dans le triangle rectangle HPS : $HS^2 = HP^2 + PS^2 = 90^2 + 140^2 = 27\,700$; donc $HS \approx 166,4$ cm.

b) Le fabricant conseille que HS mesure au moins 95% de la longueur du panneau (1700 mm). Le support sera-t-il conforme ?

$1700 \times 0,95 = 1615$ mm = 161,5 cm. Or $HS > 161,5$ cm, donc le support est conforme.

2) L'angle d'inclinaison HSP permettra-t-il un fonctionnement optimal des panneaux ?

$\tan(\text{HSP}) = HP / PS = 90 / 140 = 0,643$; donc $\text{HSP} \approx 33^\circ$, valeur comprise entre 30° et 35° : fonctionnement optimal.

3) Une barre de renfort de 50 cm de longueur est fixée, représentée par [UT] perpendiculaire à [PS]. Calculer ST (arrondi au mm).

Les droites (HP) et (UT) sont perpendiculaires à (PS) donc parallèles. Avec Thalès : $ST/PS = UT/HP$, donc $ST = UT \times PS / HP = 50 \times 140 / 90 \approx 77,8$ cm.

4) Tubes en acier inoxydable de longueur 4,5 m à 37 € l'unité. Montrer qu'elle doit prévoir un budget minimum de 222 €.

Pour une équerre : $140 + 90 + 166,4 + 50 = 446,4$ cm $\approx 4,5$ m. Barre latérale : 4 m.

Longueur totale de tubes : $3 \times (4 + 4,5) = 25,5$ m.

Nombre de tubes : $25,5 / 4,5 = 5,67 \Rightarrow 6$ tubes.

Budget : $6 \times 37 = 222$ €.

Exercice 3 (18 points) — Probabilités

Dans cet exercice, on étudie la probabilité de gain des deux jeux ci-dessous.

Jeu 1 : un sac contient cinq boules indiscernables au toucher : une portant la lettre N, deux portant la lettre G et deux portant la lettre P.

Jeu 2 : une roue à six secteurs angulaires identiques numérotés de 1 à 6.

Partie A

1) Jeu 1 : on gagne si on pioche la lettre G. Montrer que la probabilité de gagner est $2/5$.

Deux issues favorables (les 2 boules G) sur 5 boules : $P(\text{gagner}) = 2/5$.

2) Jeu 2 : on gagne si on tombe sur un nombre premier. Quelle est la probabilité ?

Nombres premiers parmi 1 à 6 : 2, 3, 5 $\Rightarrow$ 3 issues favorables sur 6 : $P(\text{gagner}) = 3/6 = 1/2 = 0,5$.

3. a) Quel jeu présente la plus faible probabilité de gagner ?

Jeu 1 ($2/5 = 0,4 < 0,5$).

b) Proposer une liste de boules à rajouter pour que la probabilité de gagner au jeu 1 soit $1/4$.

On veut $1/4 = 2/8$: ajouter 3 boules non gagnantes (marquées N ou P) pour passer de 5 à 8 boules au total.

Partie B

On combine les deux jeux : le joueur tire une boule (jeu 1) puis fait tourner la roue (jeu 2).

Il gagne s'il a tiré une boule G et si la roue s'arrête sur un nombre premier.

$P(\text{gain}) = P(G) \times P(\text{nombre premier}) = (2/5) \times (1/2) = 1/5 = 0,2$.

Exercice 4 (22 points) — Programme de calcul

Programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Prendre le carré de ce nombre
- Multiplier le résultat par 2
- Ajouter le nombre de départ
- Soustraire 66

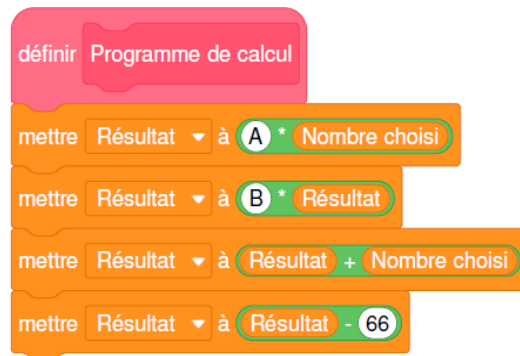
1. a) Montrer que si le nombre choisi au départ est 4, le résultat obtenu est -30 .

$4^2 \times 2 + 4 - 66 = 32 + 4 - 66 = -30$.

b) Quel résultat obtient-on si le nombre choisi au départ est -3 ?

$(-3)^2 \times 2 + (-3) - 66 = 18 - 3 - 66 = -51$.

2. a) On complète le bloc « Programme de calcul » (deux variables : « nombre choisi » et « Résultat »).



Contenu à insérer : A = nombre choisi ; B = 2.



b) Lucie insère le bloc dans le script ci-dessous et observe la réponse 5,5. À quoi correspond cette valeur ?

La valeur 5,5 est un nombre de départ pour lequel le programme renvoie 0.

3. a) On note x le nombre choisi au départ. Déterminer l'expression obtenue en fonction de x .

Expression : $2x^2 + x - 66$.

b) On admet que $(2x - 11)(x + 6)$ est la forme factorisée. Pour quelles valeurs de x le résultat est-il nul ?

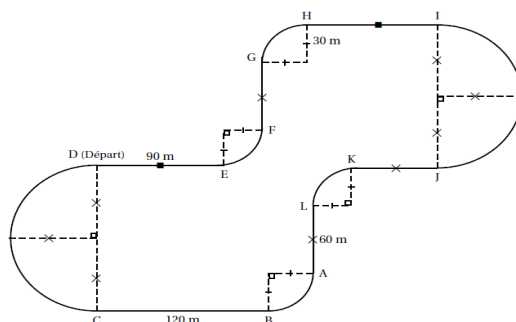
$2x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11/2 = 5,5$; et $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$.

Exercice 5 (22 points) — Karting

Un professionnel et un amateur font une séance de karting sur la piste ci-dessous (traits pleins).

La piste est constituée de segments, de demi-cercles et de quarts de cercles.

Le professionnel fait un tour en 60 s. L'amateur fait un tour en 72 s.



1) Montrer que la longueur de la piste est de 1 045 m (arrondie à l'unité).

Périmètre cercle rayon 60 m : $2 \times 3,14 \times 60 \approx 377$ m.

Périmètre cercle rayon 30 m : $2 \times 3,14 \times 30 \approx 188$ m.

Segments : $DE + FG + HI + KJ + LA + BC = 90 + 60 + 90 + 60 + 60 + 120 = 480$ m.

Total $\approx 377 + 188 + 480 = 1\,045$ m.

2) Calculer la vitesse moyenne du professionnel en m/s (au centième près).

$v = 1045 / 60 \approx 17,42$ m/s.

3) Les amateurs ne doivent pas dépasser 60 km/h de moyenne. Cet amateur respecte-t-il la règle ?

$v = 1045 / 72 \approx 14,51$ m/s, soit $14,51 \times 3,6 \approx 52,2$ km/h < 60 km/h : règle respectée.

4. a) Décomposer 60 et 72 en produits de facteurs premiers.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$; $72 = 2^3 \times 3^2$.

b) Au bout de combien de temps se retrouveront-ils pour la première fois ensemble sur la ligne de départ ?

$\text{PPCM}(60 ; 72) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ s = 6 minutes.

c) Combien de tours auront-ils effectués chacun ?

Professionnel : $360/60 = 6$ tours. Amateur : $360/72 = 5$ tours.