

Mathématiques — DNB Centres étrangers 2023 – Corrigé

Exercice 1 (18 points)

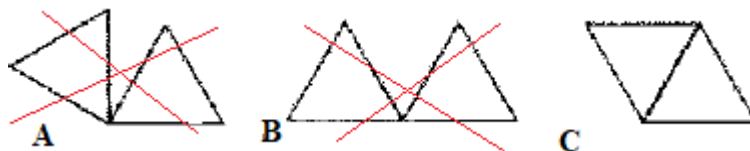
Partie A — Programmation (Scratch)

Dans cette partie, on s'intéresse au programme ci-dessous, composé d'un bloc « triangle équilatéral » et d'un script principal.

1. Compléter le script du bloc principal.

Script principal	Bloc « triangle équilatéral »
aller à 0 ; 0 s'orienter à 90° effacer tout répéter 2 fois stylo en position écriture ... relever le stylo tourner de 60° dans le sens trigonométrique	stylo en position écriture répéter trois fois avancer de 50 pas tourner de 120° sens trigonométrique fin répéter

Question 2 — Quelle figure est-elle obtenue avec le bloc principal ?



3) Quel polygone obtient-on si on remplace, dans le script principal, la boucle « répéter 2 fois » par une boucle « répéter 6 fois » ?

Un hexagone.

Partie B — Calculs & statistiques

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{5}\right) \div \frac{4}{3} = \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{15}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{10 - 7}{3 \times 5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$$

L'écriture scientifique de $302,4 \times 10^{18}$ est : $3,024 \times 10^{20}$.

On donne la masse de 8 biscuits différents : 12 g ; 10 g ; 18 g ; 8 g ; 12 g ; 15 g ; 11 g ; 13 g.

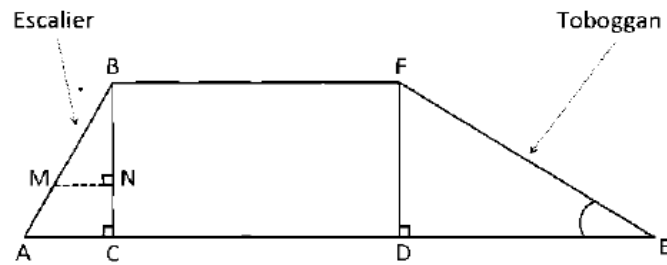
Suite à une erreur de mesure, le biscuit pesant 18 g pèse en fait 16 g.

Une fois cette erreur corrigée, la valeur de la médiane sera :

- Sans correction (valeurs triées) : 8 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 15 ; 18 → médiane = 12.

- Avec correction : 8 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 15 ; 16 → médiane = 12 (inchangée).

Exercice 2 (24 points)



Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane. La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le schéma :

On précise que : $AB = 1,3$ m ; $DE = 2,04$ m ; $AC = 0,5$ m ; les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles ; $BC = DF = 1,2$ m.

Partie A — Étude du toboggan

1) Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle DEF mesure 30° , au degré près. Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?

$\tan(\text{DEF}) = DF / DE = 1,2 / 2,04 = 0,588$; l'angle DEF mesure 30° (donc sécurisé).

2) Montrer que la rampe du toboggan, EF, mesure environ 2,37 m.

Théorème de Pythagore : $EF^2 = DF^2 + DE^2 = 1,2^2 + 2,04^2 = 5,6016$; donc $EF \approx 2,37$ m.

Partie B — Étude de l'échelle

1) Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

Les droites (AC) et (MN) sont perpendiculaires à la droite (BC) : elles sont donc parallèles.

2) On positionne cette poutre [MN] telle que $BN = 0,84$ m. Calculer sa longueur MN.

Relation de Thalès : $BN/BC = MN/AC = 0,84/1,2 = 0,7$; donc $MN = 0,7 \times 0,5 = 0,35$ m.

Partie C — Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit : longueur 200 cm ; largeur 180 cm ; hauteur 20 cm.

1) Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3 .

$$200 \times 180 \times 20 = 720\,000 \text{ cm}^3.$$

2) On admet que le volume du bac à sable est de $0,72 \text{ m}^3$. On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3 : 2. Vérifier les volumes nécessaires.

$$\text{Sable à maçonner} : 0,72 / 5 \times 3 = 0,432 \text{ m}^3.$$

Sable fin : $0,72 / 5 \times 2 = 0,288 \text{ m}^3$.

3) Un magasin vend le sable en sacs. Quel est le coût total sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Sable à maçonner : $0,022 \text{ m}^3$ par sac ; nombre de sacs : $0,432 / 0,022 \approx 20$ sacs ; coût : $20 \times 2,95 = 59 \text{ €}$.

Sable fin : $0,016 \text{ m}^3$ par sac ; nombre de sacs : $0,288 / 0,016 = 18$ sacs ; coût : $18 \times 5,95 = 107,10 \text{ €}$.

Total : $59 + 107,10 = 166,10 \text{ €}$.

Exercice 3 (15 points)

Amir et Sonia ont chacun inventé un programme de calcul.

- Amir : choisir un nombre ; soustraire 5 ; prendre le double du résultat.
- Sonia : choisir un nombre ; ajouter 3 ; multiplier le résultat par le nombre choisi ; soustraire 16.

1) Montrer que si le nombre choisi au départ est 6 alors on obtient 2 avec le programme d'Amir et 38 avec celui de Sonia.

Amir : $6 - 5 = 1$; $1 \times 2 = 2$.

Sonia : $6 + 3 = 9$; $9 \times 6 = 54$; $54 - 16 = 38$.

2) Ils complètent la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre choisi	-2	-1	0	1	2	3	4
2	Programme d'Amir	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2
3	Programme de Sonia	-18	-18	-16	-12	-6	2	12

Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.

a) Formule saisie dans la cellule B2 avant étirement :

$$=(B1 - 5) * 2$$

b) Quel nombre doivent-ils choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes ?

Nombre 2.

3) Ils veulent vérifier s'il existe d'autres nombres donnant des résultats égaux.

a) Montrer que le résultat obtenu avec le programme de Sonia est $x^2 + 3x - 16$.

$$(x + 3) \times x - 16 = x^2 + 3x - 16.$$

b) On admet que les programmes donnent le même résultat si les solutions de l'équation $(x - 2)(x + 3) = 0$ sont choisies. Résoudre et conclure.

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 ; x + 3 = 0 \rightarrow x = -3. \text{ Donc résultats égaux pour } x = 2 \text{ ou } x = -3.$$

Exercice 4 (22 points)

Des élèves organisent un jeu : une urne contient trois boules noires numérotées 1 à 3 et quatre boules rouges numérotées 1 à 4.

Partie A — Étude du jeu

1) a) Probabilité de tirer une boule rouge :

4 boules rouges sur 7 boules $\rightarrow 4/7$.

1) b) Probabilité de tirer une boule dont le numéro est pair :

Numéros pairs : noire 2 ; rouges 2 et 4 $\rightarrow 3$ boules sur 7 $\rightarrow 3/7$.

2) On tire une boule, on la remet, puis on en tire une seconde. Pour gagner, il faut tirer la boule rouge n°1 et une boule noire (dans n'importe quel ordre). Probabilité ?

Cas gagnants : (rouge1 ; noire1/2/3) ou (noire1/2/3 ; rouge1) $\rightarrow 6$ issues gagnantes.

Issues possibles : $7 \times 7 = 49 \rightarrow$ probabilité = $6/49$.

Partie B — Constitution des lots

On dispose de 195 figurines et 234 autocollants. Lots identiques, tout doit être utilisé.

1) Peut-on faire 3 lots ?

Oui, car 3 divise 195 et 234.

2) Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.

$195 = 3 \times 5 \times 13$.

3) Sachant que $234 = 2 \times 3^2 \times 13$:

a) Nombre maximal de lots : $\text{PGCD}(195 ; 234) = 3 \times 13 = 39$.

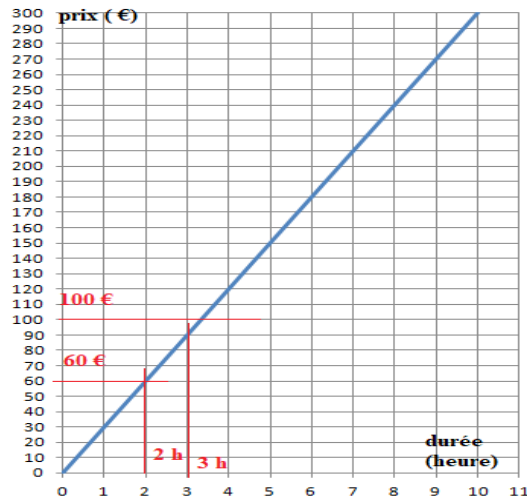
b) Composition d'un lot : $195/39 = 5$ figurines et $234/39 = 6$ autocollants.

Exercice 5 (21 points)

Deux sociétés proposent une location de bateaux électriques, pour un nombre entier d'heures.

1) Étude du tarif de la société A (graphique) :

Répondre aux questions à l'aide du graphique (a) et (b) sans justification.



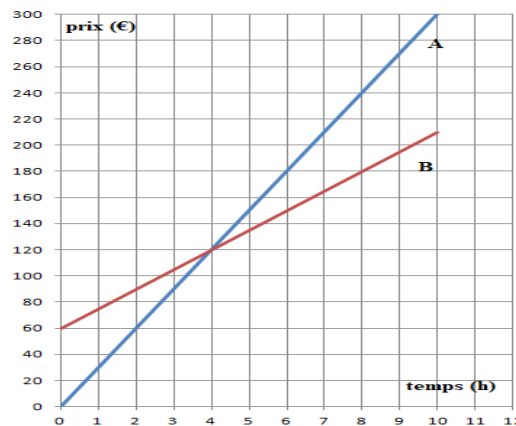
c) Le prix est proportionnel à la durée : le graphique est une droite passant par l'origine de coefficient directeur 30.

d) Prix pour 10 heures : $30 \times 10 = 300$ €.

2) Étude du tarif de la société B : 60 € de frais de dossier + 15 € par heure. On admet $f(x) = 15x + 60$.

a) Pour 2 heures : $60 + 2 \times 15 = 90$ €.

b) Courbe représentative de f :



c) Le prix n'est pas proportionnel (la droite ne passe pas par l'origine).

3) Comparaison des deux tarifs :

a) Pour 3 heures : $A \rightarrow 3 \times 30 = 90$ € ; $B \rightarrow 60 + 3 \times 15 = 105$ € ; on choisit A (90 €).

b) Prix identiques quand $30x = 60 + 15x \rightarrow 15x = 60 \rightarrow x = 4$ heures (conforme au graphe).