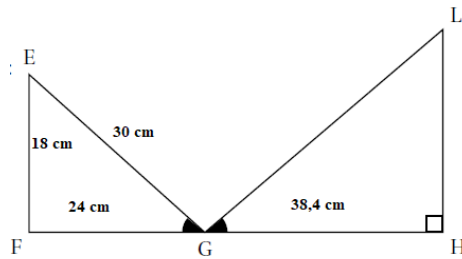


Mathématiques – DNB Amérique du Sud 2023 – Corrigé

Exercice 1 – 20 points



1. Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.

$$EF^2 + FG^2 = 18^2 + 24^2 = 900 ; EG^2 = 30^2 = 900.$$

$EF^2 + FG^2 = EG^2$. La relation de Pythagore étant vérifiée, le triangle EFG est rectangle en F.

2. Calculer la mesure de l'angle EGF. Donner l'arrondi au degré près.

$$\tan(\text{EGF}) = EF / FG = 18 / 24 = 0,75. \text{ Cet angle mesure environ } 37^\circ.$$

3. Montrer que les triangles EGF et LGH sont semblables.

Des triangles ayant des angles deux à deux égaux sont semblables.

4. Quel est le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du triangle EFG au triangle LHG ?

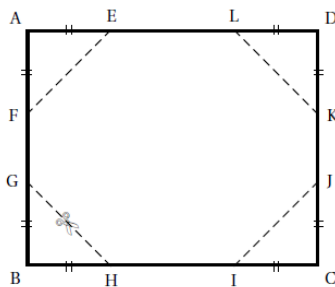
$$GH / FG = 38,4 / 24 = 1,6.$$

5. Quel est le périmètre du triangle LGH ?

$$\text{Périmètre du triangle EFG} : 30 + 18 + 24 = 72 \text{ cm.}$$

$$\text{Périmètre du triangle LGH} : 1,6 \times 72 = 115,2 \text{ cm.}$$

Exercice 2 – 21 points



À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique.

On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux.

AD = 10 cm ; AB = 8 cm. Les deux parties sont indépendantes.

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. Quelle est l'aire du triangle AEF ?

$$AE \times AF / 2 = 3 \times 3 / 2 = 4,5 \text{ cm}^2.$$

2. En déduire l'aire du polygone FELKJIHG.

$$10 \times 8 - 4 \times 4,5 = 80 - 18 = 62 \text{ cm}^2.$$

Deuxième partie : on souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm².

On note x la longueur AE exprimée en cm.

3.a Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x.

$$A = 0,5 x^2.$$

3.b Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en cm², est donnée par l'expression $80 - 2x^2$.

$$8 \times 10 - 4A = 80 - 4 \times 0,5 x^2 = 80 - 2x^2.$$

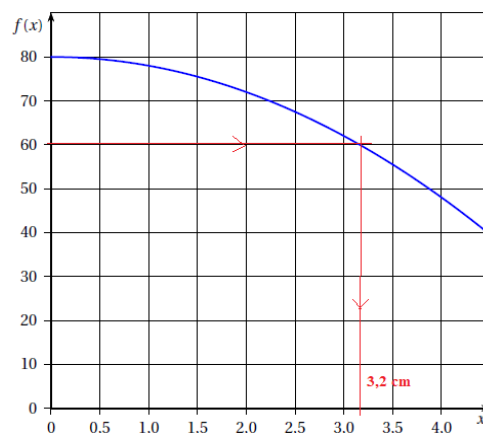
4. On considère la fonction f : $f(x) = 80 - 2x^2$. À l'aide d'un tableur, on a produit le tableau de valeurs ci-dessous :

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
f(x)	80	79,5	78	45,5	72	67,5	62	55,5	48

Proposer une formule qui a pu être saisie en B2 avant d'être étirée vers la droite.

$$=80-2*B1*B1$$

5. Voici la courbe représentative de la fonction f :



a. La fonction f est-elle affine ?

Non, le graphe n'est pas une droite.

b. Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm^2 .

c. Trouver par le calcul la valeur exacte de cette longueur.

$$60 = 80 - 2x^2 ; 20 = 2x^2 ; x^2 = 10 ; x = 10^{\frac{1}{2}} \sim 3,16 \text{ cm}.$$

Exercice 3 – 20 points

Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

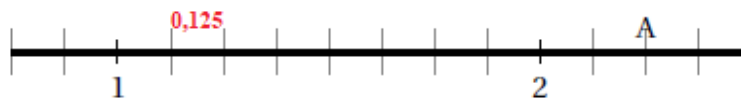
1. On considère le tableau ci-dessous :

Nombre de baguettes	1	2	3	4
Prix en €	1,10	2,20	3,30	4

Affirmation 1 : « Le prix est proportionnel au nombre de baguettes. »

Vrai pour l'achat de 1, 2 ou 3 baguettes ; Faux pour l'achat de 4 baguettes.

2. On considère ci-dessous le point A sur une droite graduée :



Affirmation 2 : « L'abscisse du point A est un nombre décimal. »

$$2 + 2 \times 0,125 = 2,25. \text{ Vrai.}$$

3. On considère cet engrenage qui est composé d'une roue A à 8 dents et d'une roue B à 12 dents.



Affirmation 3 : « Cet engrenage sera dans la même position au bout de 6 tours pour la roue A et de 4 tours pour la roue B. »

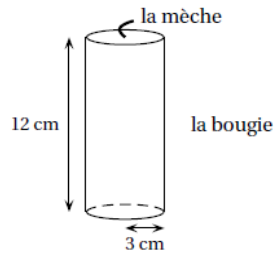
$$6 \times 8 = 4 \times 12 = 48. \text{ Vrai.}$$

4. Affirmation 4 : « Pour tout nombre x, l'égalité suivante est vraie : $(x + 8)(2x - 1) = 2x^2 - (8 - 15x)$. »

$$(x + 8)(2x - 1) = 2x^2 - x + 16x - 8 = 2x^2 + 15x - 8 = 2x^2 - (8 - 15x). \text{ Vrai.}$$

Exercice 4 – 16 points

Une usine fabrique des bougies parfumées en cire de forme cylindrique. Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.



Une bougie est composée de cire et de parfum.

Le volume de cire nécessaire à la fabrication d'une bougie correspond au $\frac{9}{10}$ du volume de cette bougie.

1 cm^3 de cire a une masse de $0,7 \text{ g}$.

1.a Montrer que le volume d'une bougie est d'environ 339 cm^3 .

$$\pi r^2 h = 3,14 \times 3^2 \times 12 \sim 339 \text{ cm}^3.$$

1.b Quelle est la masse de cire nécessaire pour une bougie ? (au gramme près)

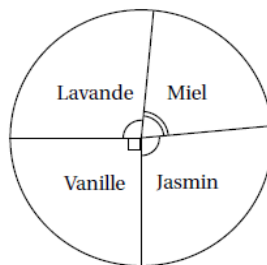
$$\text{Volume de cire : } 339 \times \frac{9}{10} \sim 305 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Masse de cire : } 305 \times 0,7 \sim 214 \text{ g}.$$

2. Au mois de novembre, l'usine a fabriqué des bougies de 4 parfums différents : vanille, miel, lavande et jasmin.

Les bougies au miel représentent 22% de la production du mois de novembre.

Quel est le pourcentage de bougies à la lavande fabriquées au mois de novembre ?



Production du mois de novembre : N .

Nombre de bougies à la vanille : $0,25N$ soit 25%.

Nombre de bougies à la lavande = nombre de bougies au jasmin = $N(1 - 0,22 - 0,25) / 2 = 0,265N$ soit 26,5%.

3. Objectif : produire en moyenne 7 900 bougies par mois durant les trois premiers mois de l'année suivante.

En janvier : 6 500 bougies ; en février : 8 000 bougies. Quel est le nombre de bougies à produire en mars ?

Nombre moyen sur 3 mois : $3 \times 7\,900 = 23\,700$.

Production de mars : $23\,700 - 6\,500 - 8\,000 = 9\,200$.

Exercice 5 – 23 points

On dispose d'une roue dont les 4 secteurs ont tous la même aire et sont numérotés : 1 ; 2 ; 3 ; 4.

On dispose également d'une urne contenant 3 boules numérotées : 2 ; 3 ; 4. Les boules sont indiscernables au toucher.

Expérience : on fait tourner la roue puis on tire au hasard une boule. Le chiffre des dizaines est le numéro indiqué par la flèche sur la roue ; le chiffre des unités est le numéro de la boule tirée.

1. Écrire la liste des 12 issues possibles.

12 ; 13 ; 14 ; 22 ; 23 ; 24 ; 32 ; 33 ; 34 ; 42 ; 43 ; 44.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement : « Obtenir un nombre impair ».

13 ; 23 ; 33 ; 43 soit 4 possibilités sur 12 : probabilité de tirer un nombre impair = 0,25.

3. On considère l'évènement A : « Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30 ».

a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

13 ; 23 : $p(A) = 2/12 = 1/6$.

b. Quelle est la probabilité de son évènement contraire ?

$1 - 1/6 = 5/6$.

Le joueur gagne s'il obtient un multiple de 11.

4. Montrer que la probabilité d'obtenir un multiple de 11 est égale à 0,25.

22 ; 33 ; 44 soit 3 possibilités sur 12 : probabilité de gagner : $3/12 = 1/4 = 0,25$.

5. On souhaite simuler ce jeu à l'aide d'un logiciel de programmation. On a rédigé le script ci-dessous :



c. Résultat : « La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est 0,23. » Pourquoi le résultat est-il différent de celui obtenu dans la question 4 ?

Plus le nombre de tirages est grand, plus la proportion de multiples de 11 se rapproche de 0,25.