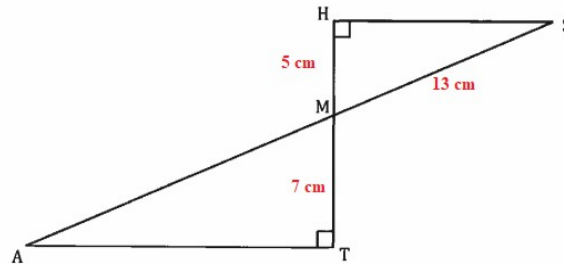


Corrigé

Exercice 1 — 22 points



1. Démontrer que $HS = 12$ cm.

Relation de Pythagore dans le triangle rectangle MHS :

$$HS^2 = MS^2 - MH^2 = 13^2 - 5^2 = 144 ; \text{ donc } HS = 12 \text{ cm.}$$

2. Calculer AT.

Les deux triangles MHS et MTA sont semblables :

$$MT / MH = AT / HS ;$$

$$AT = MT \times HS / MH = 7 \times 12 / 5 = 16,8 \text{ cm.}$$

3. Calculer la mesure de l'angle HMS.

$$\tan(\text{MAT}) = MT / AT = 7 / 16,8 = 0,417 ; \text{ l'angle mesure environ } 23^\circ.$$

4. Quelle transformation permet d'obtenir le triangle MAT à partir du triangle MHS ?

Une homothétie de centre M et de rapport $7/5 = 1,4$.

5. Sachant que $MT = 1,4$ MH, un élève affirme : « l'aire du triangle MAT est 1,4 fois plus grande que celle du triangle MHS ». Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier.

$$\text{Aire du triangle MAT} : MT \times AT / 2.$$

$$\text{Aire du triangle MHS} : MH \times HS / 2.$$

$$MT = 1,4 \text{ MH et } AT = 1,4 \times HS.$$

$$\text{Donc Aire(MAT)} = 1,4^2 \times \text{Aire(MHS)}. \text{ L'affirmation est fausse.}$$

Exercice 2 — QCM (15 points)

On lance un dé équilibré à 20 faces numérotées de 1 à 20. La probabilité pour que le numéro tiré soit inférieur ou égal à 5 est :

5 cas favorables (1, 2, 3, 4, 5) sur 20 possibilités, donc la probabilité est $5/20 = 1/4$ (réponse B).

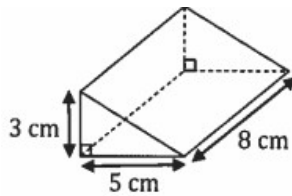
Une boisson est composée de sirop et d'eau dans la proportion d'un volume de sirop pour 7 volumes d'eau. La quantité d'eau nécessaire pour préparer 560 mL de cette boisson est :

Un volume correspond à : $560/8 = 70$ mL de sirop et $70 \times 7 = 490$ mL d'eau (réponse D).

4. La décomposition en produit de facteurs premiers de 195 est :

$195 = 3 \times 5 \times 13$ (réponse B).

5.



Le volume de ce prisme droit est :

Aire de base = $5 \times 3 / 2 = 7,5 \text{ cm}^2$.

Hauteur = 8 cm.

Volume = $7,5 \times 8 = 60 \text{ cm}^3$ (réponse B).

Exercice 3 — 20 points

Sur 1,6 million d'adolescents interrogés, 81 % ne pratiquent pas d'activité physique régulière.

1. Combien ne respectent pas cette recommandation ?

$1,6 \times 0,81 = 1,296$ million.

Un adolescent décide de faire au moins une heure de pratique physique par jour. Il note la durée quotidienne de cette pratique pendant 14 jours.

jour 1	jour 2	jour 3	jour 4	jour 5	jour 6	jour 7
50 min	15 min	1 h	1 h 40 min	30 min	1 h 30 min	40 min
jour 8	jour 9	jour 10	jour 11	jour 12	jour 16	jour 14
15 min	1 h	1 h 30 min	30 min	1 h	1 h	0 min

a. Quelle est l'étendue de cette série ?

De 0 à 1 h 40 min, soit de 0 à 100 min.

b. Donner la médiane.

0 ; 15 ; 15 ; 30 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 60 ; 60 ; 60 ; 90 ; 90 ; 100 (en minutes).

La médiane est comprise entre 50 et 60 min, par exemple $(50 + 60) / 2 = 55$ min.

3.a. Montrer que l'objectif n'est pas atteint.

Calcul de la moyenne : $(0 + 15 + 15 + 30 + 30 + 40 + 50 + 60 + 60 + 60 + 60 + 90 + 90 + 100) / 14 = 50$ min, valeur inférieure à 1 h.

b. Durant les 7 jours suivants, il consacre plus de temps au sport afin d'atteindre l'objectif (1 h par jour). Quelle est la durée totale de pratique physique qu'il doit au minimum prévoir ?

Sur les 14 premiers jours : 700 min de sport.

Sur les 21 jours : $21 \times 60 = 1\,260$ min au minimum.

Il en manque donc : $1\,260 - 700 = 560$ min.

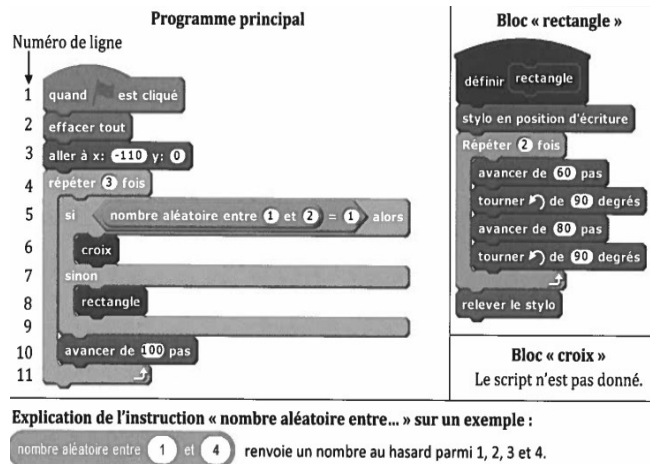
Exercice 4 — 21 points

On a créé un jeu de hasard. Lorsqu'on appuie sur le drapeau, le lutin dessine trois motifs côte à côte.

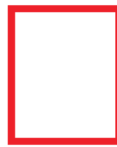
Chaque motif est dessiné aléatoirement : soit une croix, soit un rectangle.

Le joueur gagne si les trois motifs sont identiques.

Au lancement du programme, le lutin est orienté horizontalement vers la droite.

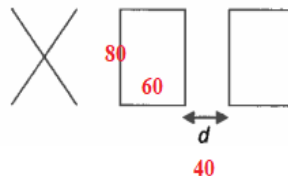


1. Représenter le motif obtenu par le bloc rectangle.



2. Voici un exemple d'affichage obtenu. Quelle est la distance d exprimée en pas ?

On avance de $100 - 60 = 40$ pas entre chaque figure.



3. Quelle est la probabilité que le premier motif soit une croix ?

On dessine une croix ou un rectangle ; donc la probabilité de dessiner une croix est 0,5.

4. Dessiner 8 affichages différents que l'on pourrait obtenir.



5. Les 8 affichages ont la même probabilité d'apparaître. Quelle est la probabilité que le joueur gagne ?

2 possibilités sur 8 ; la probabilité est $2/8 = 1/4 = 0,25$.

6. On souhaite qu'il y ait deux fois plus de chances d'obtenir un rectangle qu'une croix. Il faut modifier l'instruction de la ligne 5.

Par exemple : « si nombre aléatoire entre 1 et 3 = 1 alors ... » (pour la croix), sinon rectangle.

Exercice 5 — 22 points

On considère le programme de calcul suivant appliqué à des nombres entiers :

- Choisir un nombre.
- Calculer son carré.
- Ajouter le nombre de départ.
- Nombre obtenu.

1. Vérifier que si le nombre de départ est 15, alors le nombre d'arrivée est 240.

$$15^2 + 15 = 225 + 15 = 240.$$

Le tableau ci-dessous donne le résultat obtenu en fonction du nombre de départ.

Nombre choisi au départ	Nombre obtenu
0	0
1	2
2	6
3	12

Quelle formule a pu être saisie dans la cellule B2 avant d'être tirée vers le bas ?

$$=A2*A2 + A2.$$

3. On note x le nombre de départ. Écrire en fonction de x une expression du résultat.

$$x^2 + x.$$

Partie B.

On considère l'affirmation suivante : « Pour obtenir le résultat du programme, il suffit de multiplier le nombre de départ par le nombre entier qui suit. »

4. Vérifier que cela est vrai pour un nombre choisi égal à 9.

$$9^2 + 9 = 90 ; \text{ et } 9 \times (9 + 1) = 90.$$

5. Démontrer que cette affirmation est vraie quel que soit le nombre de départ.

$$x^2 + x = x(x + 1).$$

6. Démontrer que le nombre obtenu est pair quel que soit le nombre choisi au départ.

Si x est pair, $x = 2k \Rightarrow x(x+1)$ est pair.

Si x est impair, $x = 2k+1 \Rightarrow x+1 = 2(k+1)$ est pair $\Rightarrow x(x+1)$ est pair.