

Mathématiques – Brevet Amérique du Nord 2020

Corrigé

Exercice 1 – 20 points

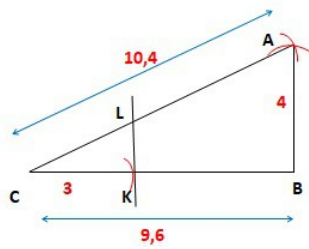
ABC est un triangle tel que : $AC = 10,4$ cm, $AB = 4$ cm et $BC = 9,6$ cm.

Les points A, L et C sont alignés.

Les points B, K et C sont alignés.

La droite (KL) est parallèle à la droite (AB). $CK = 3$ cm.

1) Construire la figure en laissant les traits de construction.



2) Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

$$AC^2 = 10,4^2 = 108,16.$$

$$AB^2 + BC^2 = 4^2 + 9,6^2 = 16 + 92,16 = 108,16.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

3) Calculer la longueur CL en cm.

AB et CL sont parallèles ; A, L, C sont alignés et B, K, C sont alignés.

Relation de Thalès : $BC / CK = AC / CL$.

$$9,6 / 3 = 10,4 / CL \Rightarrow CL = 10,4 \times 3 / 9,6 = 3,25 \text{ cm.}$$

4) Calculer une valeur approchée de l'angle CAB au degré près.

$$\sin(CAB) = BC / AC = 9,6 / 10,4 \approx 0,923.$$

Donc l'angle CAB mesure environ 67° .

Exercice 2 – QCM – 15 points

1) Si on multiplie la longueur de chaque arête d'un cube par 3, alors le volume du cube sera multiplié par :

Réponse : 27. (Le volume d'un cube vaut côté³, donc $3^3 = 27$.)

2) Lorsque $x = -4$, $x^2 + 3x + 4$ est égal à :

Réponse : 8. ($16 - 12 + 4 = 8$.)

3) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ est égal à :

Réponse : $\frac{7}{12}$. ($\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.)

4) La notation scientifique de 1 500 000 000 est :

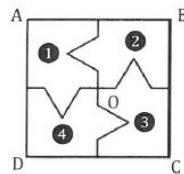
Réponse : $1,5 \times 10^9$.

5) $(x - 2)(x + 2)$ est égal à :

Réponse : $x^2 - 4$. (Identité remarquable : $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.)

Exercice 3 – 18 points

1) On considère un carré ABCD de centre O, partagé en 4 polygones superposables numérotés 1, 2, 3 et 4.



a) Quelle est l'image du polygone 1 par la symétrie de centre O ?

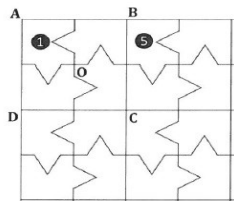
Réponse : le polygone 3.

2) Quelle est l'image du polygone 4 par la rotation de centre O qui transforme le polygone 1 en polygone 2 ?

Rotation de centre O, de 270° ($\frac{3}{4}$ de tour) dans le sens contraire des aiguilles d'une montre (ou 90° dans le sens horaire).

Dans cette rotation, l'image du polygone 4 est le polygone 1.

3) La figure ci-dessous est un pavage dont le motif de base est le carré ABCD. Quelle transformation partant du polygone 1 permet d'obtenir le polygone 5 ?



Réponse : une translation vers la droite, de longueur AB.

4) On souhaite faire imprimer ces motifs sur un tissu rectangulaire de longueur 315 cm et de largeur 270 cm. Le tissu doit être entièrement recouvert de carrés ABCD, sans découpe, et de sorte que le côté du carré mesure un nombre entier de cm.

a) Montrer qu'on peut choisir des carrés de 9 cm de côté.

$315 / 9 = 35$ et $270 / 9 = 30$, donc 9 cm convient.

b) Dans ce cas, combien de carrés seront imprimés sur le tissu ?

$30 \times 35 = 1050$ carrés.

Exercice 4 – 24 points

Voici la série des temps (en secondes) réalisés par les nageuses de la finale du 100 m nage libre (championnats d'Europe 2018) :

53,23 ; 54,04 ; 53,61 ; 54,52 ; 53,35 ; 52,93 ; 54,56 ; 54,07.

1) La française C. Bonnet est arrivée troisième. Quel est son temps ?

Après tri : 52,93 ; 53,23 ; 53,35 ; 53,61 ; 54,04 ; 54,07 ; 54,52 ; 54,56.

Temps de la 3^e : 53,35 s.

2) Vitesse moyenne de la nageuse ayant fait 100 m en 52,93 s ?

$100 / 52,93 \approx 1,9$ m/s.

3) Comparer moyenne et médiane de cette série.

Moyenne = $(52,93 + 53,23 + 53,35 + 53,61 + 54,04 + 54,07 + 54,52 + 54,56) / 8 \approx 53,79$ s.

Médiane : entre 53,61 et 54,04, donc $\approx (53,61 + 54,04) / 2 = 53,825$ s.

Moyenne et médiane sont proches ici.

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays selon le nombre de médailles d'or toutes disciplines confondues :

	A	B	C	D	E	F
1	Rang	Nation	Or	Argent	Bronze	Total
2	1	Russie	23	15	9	47
3	2	Grande-Bretagne	13	12	9	34
4	3	Italie	8	12	19	39
5	4	Hongrie	6	4	2	12
6	5	Ukraine	5	6	2	13
7	6	Pays-Bas	5	5	2	12
8	7	France	4	2	6	12
9	8	Suède	4	0	0	4
10	9	Allemagne	3	6	10	19
11	10	Suisse	1	0	1	2

4) Est-il vrai qu'à elles deux, Grande-Bretagne et Italie ont obtenu autant de médailles d'or que la Russie ?

$13 + 8 = 21$, Russie : $23 > 21$, donc c'est faux.

5) Est-il vrai que plus de 35 % des médailles remportées par la France sont des médailles d'or ?

4 médailles d'or sur 12 : $4/12 = 1/3 \approx 33\%$, donc c'est faux.

6) Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule F2 (puis étirer jusqu'à F11) ?

=SOMME(C2:E2)

Exercice 5 – 23 points

On dispose de deux urnes :

- une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées 2, 3 et 4 ;
- une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées 2, 3, 4 et 5.

Les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirées.

Expérience : on tire une boule bleue puis une boule rouge et on note les numéros (l'ordre compte).

1) Dire si les événements suivants sont possibles ou impossibles :

- « On obtient deux nombres premiers » : possible (ex. 2 et 2 ; 2 et 3 ; 3 et 2 ; 3 et 3).
- « La somme des deux nombres est égale à 12 » : impossible (max 4 + 5 = 9).

	Rouge 2	Rouge 3	Rouge 4	Rouge 5
Bleue 2	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)
Bleue 3	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)
Bleue 4	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)

b) Probabilité de « on obtient deux nombres premiers »

Cas favorables : boules bleues {2,3} (2 valeurs) et boules rouges {2,3,5} (3 valeurs) $\Rightarrow 2 \times 3 = 6$ issues favorables.

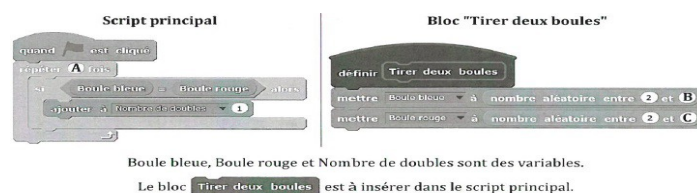
Nombre total d'issues : $3 \times 4 = 12$. Probabilité = $6/12 = 0,5$.

2) Justifier que la probabilité d'obtenir un double (même numéro) est 0,25.

Doubles possibles : (2 ; 2), (3 ; 3), (4 ; 4) $\Rightarrow 3$ issues favorables sur 12.

Probabilité = $3/12 = 0,25$.

3) Simulation 1000 fois – programme Scratch (énoncé/capture) :



a) Remplacer A, B et C : A = 1000 ; B = 4 ; C = 5.

b) Dans le script principal, placer le bloc « Tirer deux boules » juste après « répéter A fois ».

c) Placer « mettre Nombre de boules à 0 » juste avant l'instruction « répéter A fois ».

d) Pour obtenir la fréquence des doubles, placer à la fin : dire (Nombre de doubles / 1000).