

Résoudre des équations

Notions, méthodes, exemples et erreurs à éviter pour maîtriser le programme de 3e et préparer le DNB.

En résumé

- Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs qui rendent l'égalité vraie.
- On effectue des transformations qui conservent l'équivalence des deux membres.
- En troisième, il faut maîtriser les équations du premier degré et les produits nuls simples.
- La mise en équation modélise un problème : le résultat doit être interprété dans le contexte.

1. Principe d'équivalence

Ajouter, soustraire, multiplier ou diviser les deux membres par une même quantité autorisée conserve les solutions. Mieux vaut penser en opérations qu'en « passage de l'autre côté ».

2. Équation du premier degré

$$4x-8=7x+4 \rightarrow -8=3x+4 \rightarrow -12=3x \rightarrow x=-4.$$

3. Parenthèses et développement

$5(7-2,2x)=9-6x$ devient $35-11x=9-6x$. Une erreur de signe au développement fausse tout le raisonnement.

4. Produit nul

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$. On résout les deux équations séparément puis on donne l'ensemble des solutions.

5. Mettre un problème en équation

- Définir l'inconnue.
- Traduire les relations du texte.
- Écrire l'équation.
- Résoudre.
- Vérifier la cohérence avec le contexte.

6. Vérifier une solution

Remplace x par la valeur obtenue dans l'équation de départ. Les deux membres doivent être égaux.

Méthode : comment mobiliser cette notion

- Développe et réduis si nécessaire.
- Regroupe les termes contenant x .
- Regroupe les constantes.
- Isole x par une opération équivalente.
- Vérifie et interprète.

Erreurs fréquentes à éviter

- Changer un signe sans comprendre l'opération.
- Diviser par zéro.
- Oublier une solution d'un produit nul.
- Donner une longueur négative dans un problème.
- Ne pas définir l'inconnue.

Entraînement guidé

Rectangle : périmètre 46 cm, longueur 5 cm de plus que la largeur. x =largeur ; $2x+2(x+5)=46$; $4x+10=46$; $x=9$. Dimensions : 9 cm et 14 cm.

Équations $x^2 = a$ et problèmes de modélisation

En plus des équations du premier degré et des produits nuls, les attendus de fin de troisième mentionnent des équations simples de la forme $x^2 = a$. Pour $x^2 = 20$, on obtient deux solutions : $\sqrt{20}$ et $-\sqrt{20}$.

Dans un problème, l'équation n'est qu'une étape. Il faut définir l'inconnue, traduire la situation, résoudre puis vérifier que la solution a un sens dans le contexte.

Rentabilité : un équipement coûte 199 € et nécessite 13 € d'entretien par an, mais économise 55 € par an. Le gain net annuel est 42 €. Après n années, on compare $42n$ à 199. La réponse finale doit être un nombre entier d'années et être interprétée.

Conseil de révision : refaire les exemples sans regarder la correction, puis vérifier chaque étape et l'unité. Version en ligne : <https://sujets-corriges-brevet.fr/fiche-maths-equations>