

# GÉOMÉTRIE PLANE

## 1. Théorème de Pythagore

### Théorème (triangle rectangle)

Si un triangle est rectangle, **alors** le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

**Exemple :** Triangle ABC rectangle en A avec  $AB = 3$  cm et  $AC = 4$  cm.  
 $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$  donc  $BC = \sqrt{25} = 5$  cm

### Réciproque

Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, **alors** ce triangle est rectangle.

**Exemple :** Triangle avec côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm.  
 $10^2 = 100$  et  $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$   
 Donc le triangle est rectangle (hypoténuse = 10 cm)

## 2. Théorème de Thalès

### Configuration

Si :

- Les points A, M, B sont alignés dans cet ordre
- Les points A, N, C sont alignés dans cet ordre
- Les droites (MN) et (BC) sont parallèles

**Alors :**

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

**Application :** Permet de calculer des longueurs manquantes.

*Exemple :* Si  $AM = 3$ ,  $AB = 5$ ,  $AN = 4$ , on cherche AC.

$$\frac{3}{5} = \frac{4}{AC} \text{ donc } AC = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ cm}$$

### Réciproque

Si :

- Les points A, M, B sont alignés dans cet ordre
- Les points A, N, C sont alignés dans cet ordre

- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Alors : Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

### 3. Aires et périmètres

#### Figures usuelles

Figure	Aire	Périmètre
Carré (côté $c$ )	$c^2$	$4c$
Rectangle ( $L \times l$ )	$L \times l$	$2(L + l)$
Triangle (base $b$ , hauteur $h$ )	$\frac{b \times h}{2}$	Somme des côtés
Cercle (rayon $r$ )	$\pi r^2$	$2\pi r$
Disque (rayon $r$ )	$\pi r^2$	-

Important :  $\pi \approx 3,14$

### 4. Transformations

#### Translation

**Définition :** Déplacement selon une direction, un sens et une longueur donnés.

**Propriétés :** La translation conserve les longueurs, les angles, les aires et le parallélisme.

#### Rotation

**Définition :** Transformation autour d'un point (centre) avec un angle donné.

**Propriétés :** La rotation conserve les longueurs, les angles et les aires.

#### Homothétie

**Définition :** Agrandissement ou réduction par rapport à un centre avec un rapport  $k$ .

**Propriétés :**

- Les longueurs sont multipliées par  $|k|$
- Les angles sont conservés
- Les aires sont multipliées par  $k^2$

#### Agrandissement - Réduction

**Rapport d'agrandissement/réduction  $k$  :**

- Longueurs :  $\times k$
- Aires :  $\times k^2$
- Volumes :  $\times k^3$

*Exemple :* Si on agrandit une figure avec  $k = 2$  :

- Longueurs  $\times 2$
- Aires  $\times 4$
- Volumes  $\times 8$

**FORMULES ESSENTIELLES :**

- Pythagore :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  (triangle rectangle en A)
- Thalès :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$  (avec  $(MN) \parallel (BC)$ )
- Aire triangle :  $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$
- Aire cercle :  $\mathcal{A} = \pi r^2$
- Périmètre cercle :  $\mathcal{P} = 2\pi r$